

曲管による重力平衡式流量測定装置について*

富 田 昇
石 田 博 章
湯 浅 進

On the Weight-Balanced Curved-Pipe Flow Meter

Noboru Tomita
Hiroaki Ishida
Susumu Yuasa

An area flowmeter called rotameter has often been used for measuring smaller rate of flow. However, it is rather expensive because of the difficulty of fabricating its tapered tube and, in addition, when the flow decreases below a certain minimum point, its float cannot be supported by the fluid against the weight of the float.

Meanwhile, we developed a curved-pipe flow meter which is characterized by the low cost and by the capability of measuring any small rate of flow.

The curved-pipe flow meter essentially consists of a resistive body inserted into a vertical, curved pipe having the constant configuration and area of cross section. When no fluid is flowing, the resistive body rests on the horizontal part of the pipe wall. But when flow commences and the fluid flows past the body, it begins to climb up the pipe wall. Thus, tangential component of gravity of the body to the pipe wall continues to rise until it balances to the drag of the fluid, and then the body comes to rest in dynamic equilibrium, its position indicating the rate of flow.

This meter is a kind of head flow meter and has been patented to our company.

This paper will report its principle, the evaluation of curved pipe giving linear scale, the scale intervals on the circular pipe, and the compensation method for the size and density variations of the resistive body. Some experimental results will also be reported.

1. ま え が き

従来より小流量を測定する装置として、ロータメータと称する面積流量計がよく用いられている。これは各断面の面積を異にするテーパ管内に浮子をそう入し、浮子の受ける抗力が浮子の見掛けの重力と平衡する位置で静止することを利用して流量を測定するものであって、浮子の前後に発生する差圧は常に一定である。従って原理上、ある流量以下においては浮子を浮上させるに必要な差圧が得られず、測定不可能となる。一般には最大流量の8~10パーセント以下の流量測定は不可能とされてい

る。

ここに発表する曲管による重力平衡式流量測定装置は俗に曲管式流量計と呼びロータメータとよく似た性格をもっている。すなわちテーパ管の代わりに曲管を用い、縦方向に流体を流す代わりに横方向に流し、管の中心で浮子を移動させる代わりに管壁にそって移動させるようにしたものである。したがって

- (1) 管内に浮子をそう入すること
 - (2) 浮子の重力を利用すること
 - (3) 浮子の位置によって流量を測定すること
- の3点に関して、両者は共通している。

* 特許登録番号 第310893号

しかしながら曲管式流量計は流量が変わると差圧が変化すること、すなわち差圧流量計であるという点に関して、ロータメータとは根本的に異なる。この差異により曲管式流量計には次のような特徴が見られる。

- (1) 原理的にはどんなに微少な流量でも測定が可能であること
 - (2) 断面が一定であるため製作が容易であること
- 以上の特徴を生かすには、ページメータのような微少流量測定用簡易計器として開発するのが適当と思われる。

2. 原 理

Fig. 1 において、次のように変数をとるものとする。

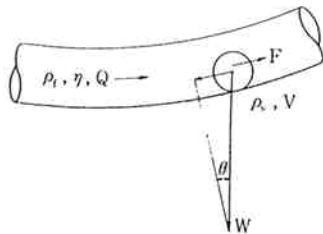


Fig. 1 Curved pipe flowmeter

- Q : 流体の流量
- ρ_f : 流体の密度
- ρ_s : 抵抗体の密度
- V : 抵抗体の体積
- W : 抵抗体の見掛けの重力
- θ : 曲管と抵抗体との接点における管壁の傾斜角
- η : 流体の粘度
- g : 重力の加速度
- F : 抵抗体の流体より受ける抗力

曲管内にそう入された抵抗体が流体から受ける抗力は流体の流量、密度、粘度によって変化するが、そのほか抵抗体と曲管の有効断面積、断面の形状、表面の粗さなどにも関係する。しかしながら、これらは曲管と抵抗体とが定めれば、すなわち一つの流量計に対しては一定と考えられる。したがって抗力Fは一つの流量計について

$$F = F(Q, \rho_f, \eta) \quad (1)$$

と表わすことができる。Fig. 1の状態では平衡しているものとする、抵抗体の見掛けの重力Wの管壁に対する接線方向成分と、上の抗力とがバランスするので

$$F = W \sin\theta = (\rho_s - \rho_f)gV \sin\theta \quad (2)$$

なる関係が得られる。流体が定めれば ρ_f や η は一定値となり、(1)式からFはQのみの関数となり、(2)式からは

Fは θ のみの関数となる。したがって、両式を合わせると θ はQのみによって定まる。すなわち

$$\theta = \sin^{-1} \left\{ \frac{F(Q, \rho_f, \eta)}{(\rho_s - \rho_f)g} \right\} \quad (3)$$

なる関係により、流量と抵抗体の位置とは一対一に対応するので、これを流量計として使用できることがわかる。

3. 球 体 の 場 合

一般には曲管や抵抗体の断面の形状は任意であるが、もっとも実用的なのは曲管断面が円形で抵抗体が球体の場合であろう。従って、以下においてはこの場合にかぎって論ずることとする。流体力学の教えるところによれば、一様な定常流の中にある球体の受ける抗力は、レイノルズ数1以下のきわめて緩やかな流れにあってはその流速に比例し、レイノルズ数が $10^3 \sim 2 \times 10^5$ にあっては、略々流速の自乗に比例する。さらに一般にはレイノルズ数 2×10^5 以下において、実験結果とよく一致する次の式が得られている。注¹⁾

$$F = 3\pi \frac{\eta^2}{\rho_f} R [1 + R \{0.018 + 0.077 \times \exp(-0.015R)\}] \quad (4)$$

ただしRはレイノルズ数であって、球の直径をd、流速をvとすると、次の式で表わされる。

$$R = \frac{\rho_f v d}{\eta} \quad (5)$$

しかしながら、曲管内における球体の受ける抗力は、もっと複雑であって管の直径によっても変わるはずであり、(4)式とは別に実験によって求めなければならない。しかし、議論を先に進めるために、この報告では次のような仮定を行うことにする。すなわち

「曲管内における球体の受ける抗力は、レイノルズ数のm乗に比例する」。

非常にゆるやかな流れについてはmは1に近く、また乱流状態ではmは2に近いはずであり、その中間の流速においては $1 < m < 2$ が成立すると考えるのが自然であろう。

4. 等 目 盛 曲 線

ここでは目盛が等間隔となる曲管曲線の形がどのようになるかを求めることにする。流量零における曲管と球体との接点を原点にとり、水平にx軸、垂直にy軸をと

注1) この実験式は藤本武助著「流体力学」p. 335の3.1図(表面滑かな球の抗力係数)を数式化したもので、 $R < 100$ においては0.7%以下の精度で一致している。

る。原点からの曲管曲線の長さを S とすれば、等目盛曲線においては、流量 Q は曲線の長さ S に比例し、同時に流速 v にも比例するので、前節の仮定により

$$F = k_1 S^m \quad (6)$$

が成立する。これに(2)式の関係を用いると

$$\sin \theta = k S^m \quad (7)$$

が得られる。ここに k_1, k は比例定数である。一方

$$\frac{dy}{dx} = \frac{dy}{dS} \cdot \frac{dS}{dx} = \sin \theta \cdot \frac{dS}{dx} \quad (8)$$

であるから、これに(7)式を代入して積分すると

$$y = \frac{k}{m+1} S^{m+1} \quad (9)$$

となる。したがってこの式と(7)式より S を消去すると

$$\sin \theta = Y^{-\frac{m}{m+1}} \quad (10)$$

なる関係が得られる。ただし

$$Y = (m+1) \cdot k^{\frac{1}{m}} \cdot y \quad (11)$$

とおくものとする。また、

$$\frac{dy}{dx} = \tan \theta = \frac{\sin \theta}{\sqrt{1 - \sin^2 \theta}} = \frac{Y^{\frac{m}{m+1}}}{\sqrt{1 - Y^{\frac{2m}{m+1}}}} \quad (12)$$

であるから

$$X = (m+1) \cdot k^{\frac{1}{m}} \cdot x \quad (13)$$

とおくことにすれば

$$\frac{dY}{dX} = \frac{Y^{\frac{m}{m+1}}}{\sqrt{1 - Y^{\frac{2m}{m+1}}}} \quad (14)$$

なる微分方程式が得られる。これを積分して

$$X = \int Y^{-\frac{m}{m+1}} \sqrt{1 - Y^{\frac{2m}{m+1}}} dY \quad (15)$$

により等目盛曲線の式が得られる。そこで(15)式の積分を実行するために

$$U = Y^{\frac{m}{m+1}}, \quad V = Y^{\frac{2m}{m+1}} \quad (16)$$

とおくと次の2つの式に変換される。

$$X = \frac{m+1}{m} \int U^{\frac{1}{m}-1} \sqrt{1-U^2} dU \quad (17)$$

$$X = \frac{m+1}{2m} \int V^{\frac{1}{2m}-1} \sqrt{1-V} dV \quad (18)$$

(17)または(18)を一般に解析的に解くことは困難である。ただ $m=1$ の場合は(17)は次のように簡単になる。

$$X = 2 \int \sqrt{1-U^2} dU \quad (19)$$

これは容易に積分が可能で次式が得られる。

$$\begin{aligned} X &= U\sqrt{1-U^2} + \sin^{-1} U \\ &= \sqrt{Y(1-Y)} + \sin^{-1} \sqrt{Y} \end{aligned} \quad (20)$$

また一般の m についても(18)式において、区間 0 から 1 ま

での定積分については、これをベータ関数で表わすことができ

$$X_{Y=1} = \frac{m+1}{2m} B\left(\frac{1}{2m}, \frac{3}{2}\right) \quad (21)$$

と表わされる。したがっている m について(19)式を数値積分し、その誤差を(21)式によってチェックすることができる。これら等目盛曲線の一般的性質としては、 $0 \leq Y < 1$ に対し

(1) (14)式が常に正であるから、単調増加な関数であること。

$$(2) \frac{d^2 Y}{dX^2} = \frac{m}{m+1} \cdot Y^{\frac{m-1}{m+1}} \cdot \left(1 - Y^{\frac{2m}{m+1}}\right)^{-2} > 0 \quad (22)$$

が成立するから、下に凸な関数であること。

(3) 曲率半径を r とすると

$$\frac{dr}{dX} = -\frac{Y^{\frac{m}{m+1}} + (m-1)Y^{\frac{-m}{m+1}}}{m(1 - Y^{\frac{2m}{m+1}})} < 0 \quad (23)$$

が成立するから、流量の大きいところほど、曲率半径が小さくなること。

などがいえる。

5. 円弧の場合

ここでは、曲管曲線が円弧の場合、どのような目盛間隔となるかについて考察する。円の半径を r とすると $S = r\theta$ であるから、 k_2 を比例定数とすれば

$$F = k_2 Q^m = W \sin \theta = W \sin \frac{S}{r} \quad (24)$$

が成立する。いま最大流量を Q_{max} 、そのときの傾斜角を θ 、円弧の長さを S_{max} とすると、最大流量に対して

$$K_2 Q_{max}^m = W \sin \theta \quad (25)$$

となる。そこでさらに

$$q = Q/Q_{max}, \quad s = S/S_{max} \quad (26)$$

とおき、(24)式を(25)式で割ると

$$q^m = \frac{\sin(s \cdot \theta)}{\sin \theta} \quad (27)$$

これを s について解けば

$$s = \frac{1}{\theta} \sin^{-1}(q^m \cdot \sin \theta) \quad (28)$$

が得られる。したがって θ と m を仮定して、種々の q に対する s の値を求めることができる。

6. 球体の密度変化に対する補正

球の直径や表面の状態は全く変わらないで、密度のみが変化した場合、同じ指示値に対し、流量がどのように変わるかについて考える。基準となる球体の密度を ρ_0 とし、ある指示値の流量が Q_0 であったものとする。また変化後の球体の密度を ρ_1 、同じ指示値に対する流量を Q_1

とすると, (2)式および(4)式から

$$k_2 Q_0^m = (\rho_0 - \rho_f) g V \sin \theta \quad (29)$$

$$k_2 Q_1^m = (\rho_1 - \rho_f) g V \sin \theta \quad (30)$$

両式の比をとり $q_1 = Q_1/Q_0$ とおくことにすれば

$$q_1 = \left(\frac{\rho_1 - \rho_f}{\rho_0 - \rho_f} \right)^{\frac{1}{m}} \quad (31)$$

はそのまま補正係数を与える式となる。すなわち ρ_f , ρ_0 および m を与えて種々の ρ_1 に対する補正係数を上式より計算することができる。

7. 球体の直径の変化に対する補正

球の密度や表面の状態は変わらないで, 直径のみが変化した場合, 同じ指示値に対し, 流量がどのように変わるかについて考える。このときは比例定数 k_2 が変化する。 k_2 の変化の要因としては, 球の断面積 A_s によるものと, 曲管と球との間隙の面積 A_g によるものとが考えられる。球の断面積による部分は, 断面積に比例すると同時に, 第3節の仮定により, レイノルズ数の m 乗にも比例するはずである。すなわちこの部分の抗力は比例定数を k_3 とすれば $k_3 R^m A_s$ と表わすことができる。次に間隙の面積によるものについては, この部分の流速が管内の平均流速 v を上廻ることに起因するものであるから, 曲管断面積を A_p , 比例定数を k_4 とし, 球の断面積に対する部分の補正項として取り扱うことにすると, 結局 k_2 は次のように表わすことができる。

$$k_2 = k_3 d^m A_s \left[1 + k_4 \left\{ \left(\frac{A_p}{A_g} \right)^m - 1 \right\} \right] \quad (32)$$

ところで曲管内径を D とすれば

$$\left. \begin{aligned} A_s &= \frac{1}{4} \pi d^2, \quad A_p = \frac{1}{4} \pi D^2 \\ A_g &= A_p - A_s = \frac{1}{4} \pi (D^2 - d^2) \end{aligned} \right\} \quad (33)$$

であるから, $\delta = d/D$ とおき, 新しい比例定数 k_5 を用いると(32)式は次のようになる。

$$k_2 = k_5 \delta^{m+2} \left[1 + k_4 \left\{ \frac{1}{(1-\delta^2)^m} - 1 \right\} \right] \quad (34)$$

今仮りに間隙の面積による補正項を考えないで, その代りに間隙の流速に等しい値が管内の平均流速である場合を考えると, このときの抗力の方が明らかに大となるはずである。このときの流量を Q' とすれば

$$Q' = Q \frac{A_p}{A_g} = \frac{Q}{1-\delta^2} \quad (35)$$

であるから

$$1 + k_4 \left\{ \frac{1}{(1-\delta^2)^m} - 1 \right\} < \frac{1}{(1-\delta^2)^m} \quad (36)$$

すなわち $0 < k_4 < 1$ が成立することがわかる。

さて基準となる球の直径を d_0 , その体積を V_0 とし, ある指示値の流量が Q_0 であったものとする。また変化

後の球の直径を d_2 , その体積を V_2 , 同じ指示値に対する流量を Q_2 とする。さらに $\delta_0 = d_0/D$, $\delta_2 = d_2/D$ とすると(2), (4), (34)式から

$$\begin{aligned} k_5 \delta_0^{m+2} \left[1 + k_4 \left\{ \frac{1}{(1-\delta_0^2)^m} - 1 \right\} \right] Q_0^m \\ = (\rho_s - \rho_f) g V_0 \sin \theta \end{aligned} \quad (37)$$

$$\begin{aligned} k_5 \delta_2^{m+2} \left[1 + k_4 \left\{ \frac{1}{(1-\delta_2^2)^m} - 1 \right\} \right] Q_2^m \\ = (\rho_s - \rho_f) g V_2 \sin \theta \end{aligned} \quad (38)$$

が得られるから, 両式の比をとり $q_2 = Q_2/Q_0$ とおくことにすれば

$$q_2 = \left(\frac{\delta_0}{\delta_2} \right)^{\frac{m-1}{m}} \cdot \left[\frac{1 + k_4 \left\{ (1-\delta_0^2)^{-m} - 1 \right\}}{1 + k_4 \left\{ (1-\delta_2^2)^{-m} - 1 \right\}} \right]^{\frac{1}{m}} \quad (39)$$

となる。上式で k_4 の値は実験により求めるべきものである。 k_4 , δ_0 および m を与えて種々の δ_2 に対する補正係数を上式により計算することができる。

8. 実験結果と検討

ここでは2, 3の水についての実験結果にもとずいて今までの議論のいくつかの部分について検討を加える。

実験に用いた曲管は, 断面円形で内径が10mmのガラス直管を曲げて, 半径305mmの円弧曲管に仕上げたもので, これに直径5mm~7mmの鋼球をニッケル・メッキしたものをそう入して実験を行なった。その結果をTable 1に示す。表の値はl/minを単位とする流量を表わし, 見出しのSおよびdの単位はmmである。この表によれば, 流量と目盛との間にかかなりのバラツキが見られるが, これは曲管の製作が悪く曲率が一樣でなかった

Table 1 Read value of flowrate Q

S \ d	5.00	5.55	6.00	6.35	7.00
10	0.39	0.37	0.34	0.36	0.30
20	0.57	0.50	0.52	0.47	0.46
30	0.74	0.71	0.70	0.66	0.60
40	0.97	0.90	0.87	0.84	0.76
50	1.05	1.00	0.97	0.93	0.84
60	1.18	1.09	1.05	1.02	0.91
70	1.25	1.21	1.13	1.10	0.98
80	1.34	1.29	1.24	1.19	1.04
90	1.40	1.34	1.27	1.22	1.10
100	1.50	1.39	1.35	1.32	1.17
110	1.54	1.49	1.41	1.35	1.23
120	1.59	1.52	1.47	1.40	1.26
130	1.65	1.57	1.51	1.46	1.29
140	1.71	1.67	1.62	1.53	1.36
150	1.75	1.71	1.65	1.58	1.41

と、鋼球のニッケルメッキが悪く表面が一様なめらかさでなかったこと、および水中に気泡が存在したことなどが原因と思われる。しかし、この実験結果により大体の様子をつかめたものと思われる。

まずはじめに m の値について検討を加える。(37)式より

$$m = \frac{\ln\{\sin(s \cdot \Theta) / \sin \Theta\}}{\ln(q)} \quad (40)$$

が得られるから、これを用いて各データに対する m を求めると Table 2 の結果が得られた。これによると、かなりバラツキはあるが、大体において2に近い値が得られている。そこで逆に $m=2$ と仮定して計算したときの流量が実流量に対してどの程度誤差を生ずるかを求めたの

Table 2 Calculated value of power m

S \ d	5.00	5.55	6.00	6.35	7.00
10	1.78	1.74	1.69	1.80	1.72
20	1.76	1.61	1.71	1.63	1.76
30	1.83	1.79	1.83	1.80	1.84
40	2.18	2.00	2.01	2.03	2.08
50	2.08	1.98	2.00	2.01	2.05
60	2.24	1.96	1.95	2.02	2.01
70	2.17	2.11	1.93	2.02	2.01
80	2.25	2.13	2.10	2.12	1.97
90	2.17	1.99	1.85	1.88	1.95
100	2.48	1.85	1.91	2.13	2.05
110	2.28	2.12	1.85	1.85	2.13
120	2.17	1.77	1.80	1.72	1.85
130	2.56	1.56	1.50	1.68	1.49
140	2.76	2.69	3.47	1.98	1.77

Table 3 Relative error (%) for $m=2$

S \ d	5.00	5.55	6.00	6.35	7.00
10	4.06	4.71	5.74	3.56	5.07
20	4.68	8.01	5.73	7.50	4.62
30	3.31	4.08	3.17	3.83	3.04
40	-2.80	0.00	-0.10	-0.53	-1.27
50	-1.21	0.30	0.00	-0.07	-0.78
60	-3.09	0.59	0.69	-0.22	-0.20
70	-2.01	-1.35	0.92	-0.21	-0.09
80	-2.46	-1.33	-1.04	-1.21	0.34
90	-1.52	0.11	1.50	1.26	0.46
100	-3.13	1.29	0.76	-0.96	-0.39
110	-1.55	-0.68	0.99	1.00	-0.78
120	-0.75	1.21	1.01	1.49	0.74
130	-0.71	1.75	2.05	1.16	2.08
140	-0.84	-0.79	-1.31	0.02	0.41

が Table 3 である。この表では最大流量に対する相対誤差をパーセントで表わしており、 $d=5.0$ のデータを除けば $S \geq 40$ に対しては、大体2%以下でおさまっている。すなわち $S \geq 40$ に対しては m は大略2と考えることができる。

次に k_4 の値について検討を加える。(39)式を k_4 について解くと次の式が得られる。

$$k_4 = \frac{1 - \alpha}{\beta_2 \alpha - \beta_0} \quad (41)$$

ただし、次のようにおくものとする。

$$\left. \begin{aligned} \alpha &= q_2^m \left(\frac{\delta_2}{\delta_0} \right)^{m-1} \\ \beta_i &= (1 - \delta_i^2)^{-m} - 1, \quad (i=0,2) \end{aligned} \right\} \quad (42)$$

(41)式により種々の d_0 と d_2 に対する k_4 の値を求めたところ、かなりのバラツキが認められるが、一般に次のような傾向がみられる。

- 1) S の増減による定性的な傾向はみられない。
- 2) δ_0 が増加すると k_4 も増加する。
- 3) δ_2 が増加すると k_4 も増加する。
- 4) δ_0 と δ_2 とを入れ替えても k_4 の値は変わらない。

以上のことから、 k_4 は定数ではなく δ_0 および δ_2 の関数で、しかも δ_0, δ_2 の対称式で表わされることがわかる。いま δ_0 と δ_2 との各組み合わせについて S の種々の値に対する k_4 の平均値を求めると Table 4 の結果が得

Table 4 Mean value of k_4

$\delta_2 \backslash \delta_0$	0.500	0.555	0.600	0.635	0.700
0.500		-0.020	-0.013	0.013	0.075
0.555	-0.020		0.005	0.035	0.101
0.600	-0.013	0.005		0.080	0.137
0.635	0.013	0.035	0.080		0.169
0.700	0.075	0.101	0.137	0.169	

られた。ただし $S \leq 20$ に対するデータは不安定であるため除いてある。ここで k_4 の式として

$$k_4 = a[b\{(1 - \delta_0^2)(1 - \delta_2^2)\}^{-cm} - 1] \quad (43)$$

と仮定し、係数 a, b, c を求めると、

$$\left. \begin{aligned} a &= 0.1783 \\ b &= 0.3381 \\ c &= 0.736 \end{aligned} \right\} \quad (44)$$

が得られた。(43), (44)を用い、 $\delta_0=0.700$ として各 δ_2 に対し(39)式から流量を求めると、Table 5 の結果を得た。この表で Q_c は補正により求めた流量 (l/min), q_c は

Table 5 Relative error for correction

d_2	5.00		5.55		6.00		6.35	
S	Q_c	q_e	Q_c	q_e	Q_c	q_e	Q_c	q_e
10	0.38	-0.6	0.36	-0.3	0.35	0.5	0.34	-1.5
20	0.58	0.6	0.56	3.3	0.53	0.9	0.51	2.8
30	0.76	1.0	0.73	0.9	0.70	-0.0	0.67	0.7
40	0.96	-0.5	0.92	1.1	0.88	0.8	0.85	0.6
50	1.06	0.6	1.02	0.9	0.98	0.4	0.94	0.6
60	1.15	-1.7	1.10	0.6	1.06	0.5	1.02	-0.1
70	1.24	-0.7	1.19	-1.3	1.14	0.6	1.10	-0.2
80	1.31	-1.5	1.26	-1.8	1.21	-1.8	1.16	-1.6
90	1.39	-0.6	1.33	-0.5	1.28	0.5	1.23	0.6
100	1.48	-1.3	1.42	1.5	1.36	0.6	1.31	-0.6
110	1.55	0.7	1.49	-0.0	1.43	1.2	1.38	1.6
120	1.59	0.0	1.52	0.2	1.46	-0.2	1.41	0.6
130	1.63	-1.2	1.56	-0.5	1.50	-0.5	1.44	-1.0
140	1.72	0.3	1.64	-1.4	1.58	-2.3	1.52	-0.5
150	1.78	1.6	1.71	-0.2	1.64	-0.5	1.58	-0.1

最大流量に対する実流量との相対誤差を表わし、これは大体において $S \leq 20$ に対しては 2% 以下に納まっていることが分る。

9. ま と め

曲管式流量計の発案と、特許取得に伴ない、その原理、等目盛曲線、円弧目盛、補正方法など、主として理論面の検討を行ない、これに実験結果の検討を添えた。

理論面、実用面ともにまだ緒についたばかりで、今後の開発に待つところが大きい。特に実用面において、曲管の製作方法や球体の表面処理の方法など、これからよく検討してみなければならない。またこの流量計の特徴を生かした用途を見極めることも大切と思われる。